

# Software- Qualitätsmanagement

**Kernfach Angewandte Informatik**

Sommersemester 2005

Prof. Dr. Hans-Gert Gräbe



### Beispiel gcd-Berechnung mit Euklidischem Algorithmus

```
int gcd(int a, int b) {  
  /* Ass: a = A and b = B */ // Anfangsbedingung  
  while (b != 0) {  
    /* Ass: gcd(a,b) = gcd(A,B) and b ≠ 0 */  
    int r = a mod b; a :=b, b:=r;  
  }  
  /* Ass: b = 0 and a [=gcd(a,b)] = gcd(A,B) */  
  return a;  
} /* Ass: Return-Wert = gcd(A,B) */ // Endebedingung
```

### Beispiel Erweiterter Euklidischer Algorithmus

```
(int g, int u, int v) ExtendedEuklid(int a, int b) {  
  /* Ass: a = A and b = B */  
  int ua:=1; int va:=0; int ub:=0; int vb:=1;  
  /* Ass: gcd(a,b) = gcd(A,B) and a = ua*A+va*B and b = ub*A+vb*B */  
  while (b != 0) {  
    /* Ass: gcd(a,b) = gcd(A,B) and b ≠ 0 and  
      a = ua*A+va*B and b = ub*A+vb*B */  
    int q = a div b;  
    int r=a-q*b; int uc:=ua-q*ub; int vc:=va-q*vb;  
    a :=b, b:=r; ua:=ub; ub:=uc; va:=vb; vb:=vc;  
  }  
  /* Ass: b = 0 and a [=gcd(a,b)] =gcd(A,B) and a = ua*A+va*B */  
  return (a,ua,va);  
} /* Ass: g = gcd(A,B) and g = u*A+v*B */
```

## Verifikationsregeln

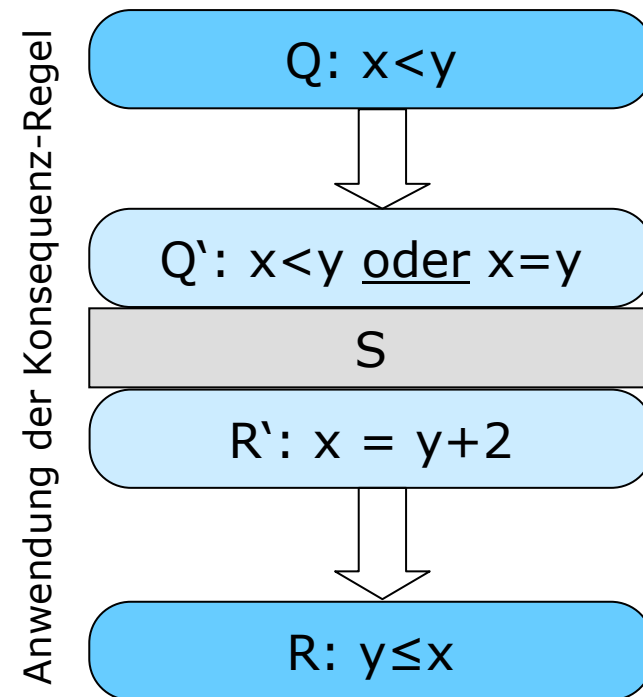
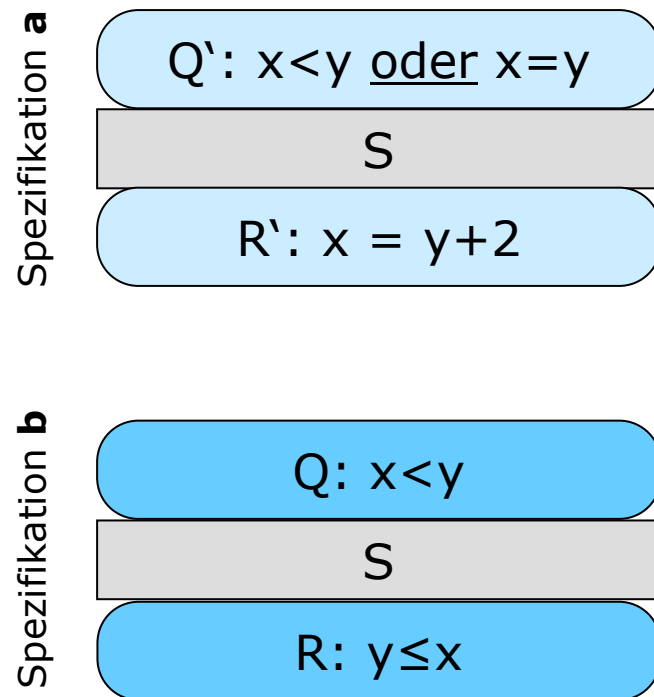
- **Voraussetzung:** Programm ist aus konditionierten Bausteinen modular zusammengesetzt
  - Korrektheit des gesamten Programms ergibt sich aus der korrekten Zusammensetzung korrekter Teilstrukturen
- **Vorgehen:** Komplexes Programm wird verifiziert durch schrittweises Zusammensetzen aus **verifizierten einfacheren Strukturen** nach wenigen einfachen **Verifikationsregeln**.
- Folgende Verifikationsregeln existieren:
  - Konsequenz-Regel,
  - Zuweisungs-Regel,
  - Sequenz-Regel,
  - **if**-Regel und
  - **while**-Regel

### Konsequenz-Regel

Gilt  $\{Q'\} S \{R'\}$  und

- $Q'$  wird durch  $Q$  ersetzt, wobei  $Q$  schärfer ist als  $Q'$ .
- $R'$  wird durch  $R$  ersetzt, wobei  $R$  schwächer ist als  $R'$ .

so gilt auch  $\{Q\} S \{R\}$ .



- Geht man vorwärts durch ein Programm, so kann man Bedingungen abschwächen:
  - Hinzufügen eines Terms mit **oder**-Verknüpfung
  - Weglassen eines **und**-verknüpften Terms
  - Schwächere Bedingung
- Bei rückwärtiger Abarbeitung eines Programms, dürfen Bedingungen verschärft werden:
  - Hinzufügen eines Terms mit **und**-Verknüpfung
  - Weglassen eines **oder**-verknüpften Terms
  - Schärfere Bedingung
- Notation von Verifikationsregeln als Schlussregel:

Voraussetzungen  
Schlussfolgerung

$$\frac{Q \Rightarrow Q', \{Q'\} S \{R'\}, R' \Rightarrow R}{\{Q\} S \{R\}}$$

### Zuweisungs-Regel

- Die Zuweisung  $x:=A$  verändert den Wert von  $x$ 
  - Beispiel:  $\{ y+z = 25 \} x:=y+z \{ x = 25 \}$
- Allgemeine Struktur:  $\{ R(A) \} x:=A \{ R(x) \}$ 
  - so zu verstehen: Hat man einen logischen Ausdruck  $R=R(x)$  mit der freien Variablen  $x$  und bildet  $Q::=R(A)$  durch Ersetzen dieser Variablen mit dem Ausdruck  $A$ , so ist die Aussage

$$\{ Q \} x:=A \{ R \}$$

wahr.

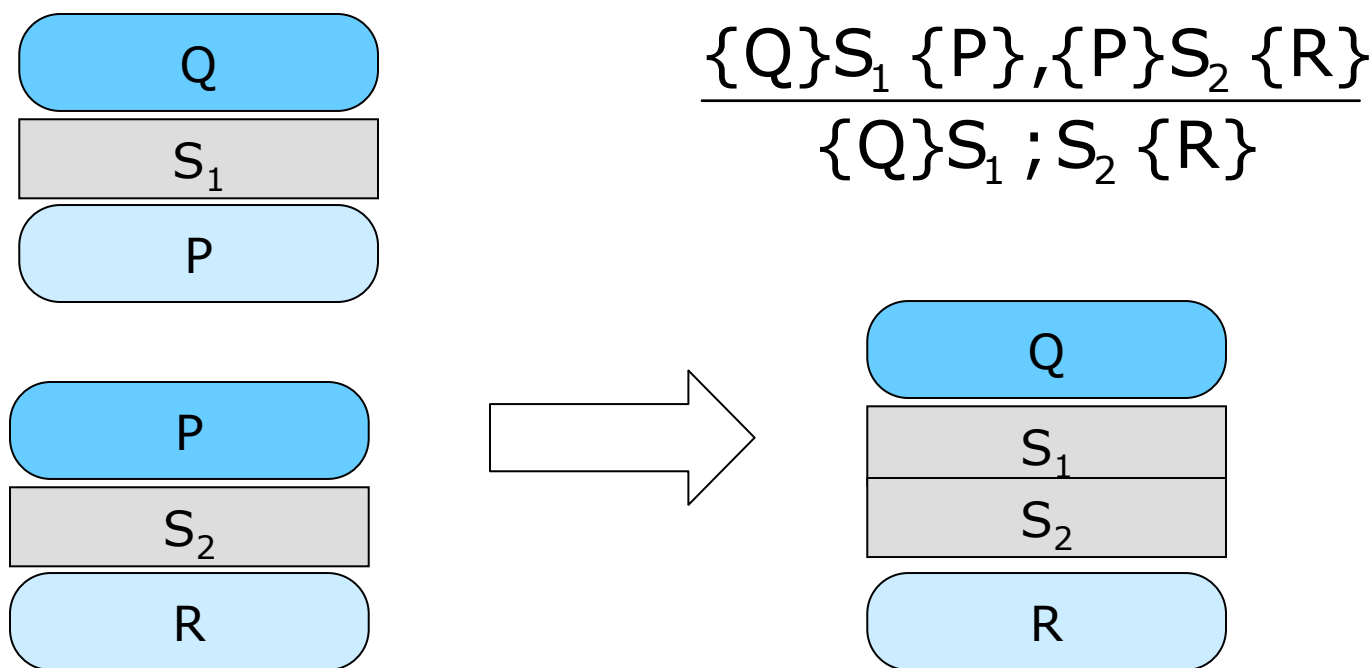
- Regel wird eingesetzt beim Rückwärtsarbeiten, um aus einer Nach- eine Vorbedingung abzuleiten:

$$\begin{aligned} \text{Bsp.: } \{ Q? \} x := x+25 \{ x = 2y \} \\ \{ R(A) \} x' = x+25 \{ R(x') ::= x' = 2y \} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \text{Vorbedingung } \{ Q ::= 2y = x + 25 \}$$

### Sequenz-Regel

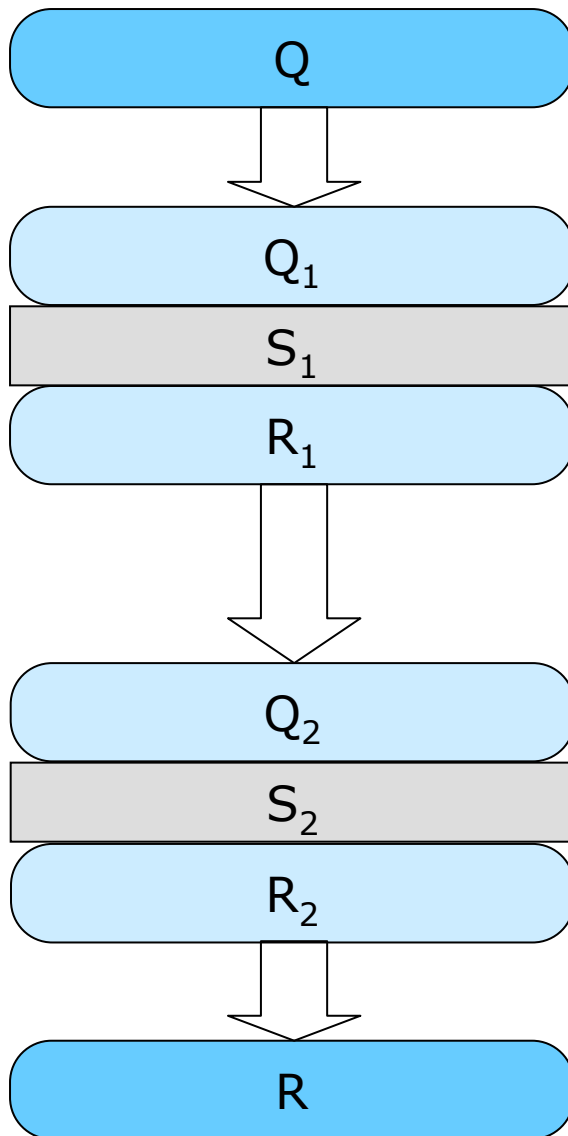
- Zwei Programmteile  $S_1$  und  $S_2$  können zusammengesetzt werden, wenn die Nachbedingung von  $S_1$  gleich der Vorbedingung von  $S_2$  ist.





## 6. Verifizierende Verfahren

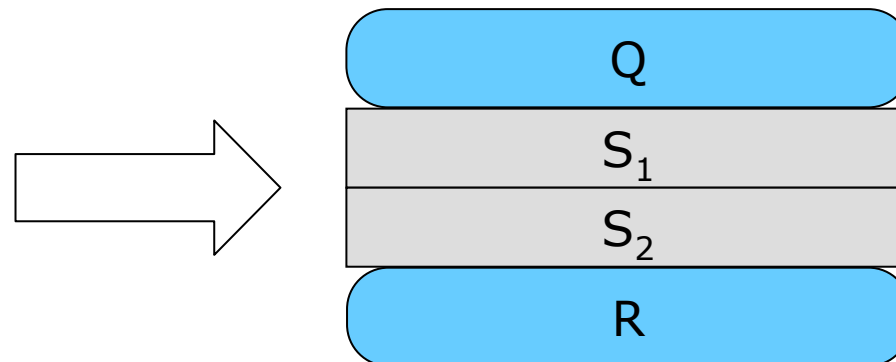
### 3. Programmverifikation



Die Sequenz-Regel kann mit Hilfe der Konsequenz-Regel noch verallgemeinert werden:

Es genügt, wenn die Nachbedingung von  $S_1$  „schärfer“ ist als die Vorbedingung von  $S_2$ , um  $S_1$  und  $S_2$  zu einem Programmstück zusammzusetzen.

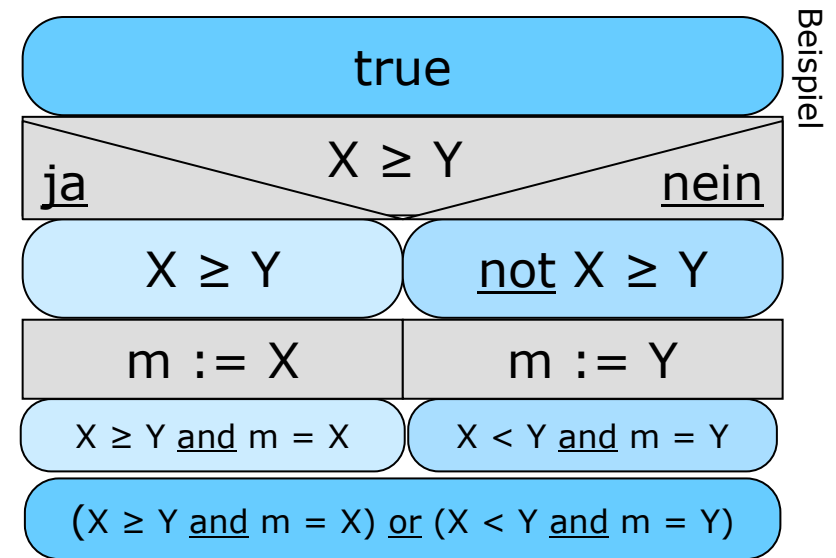
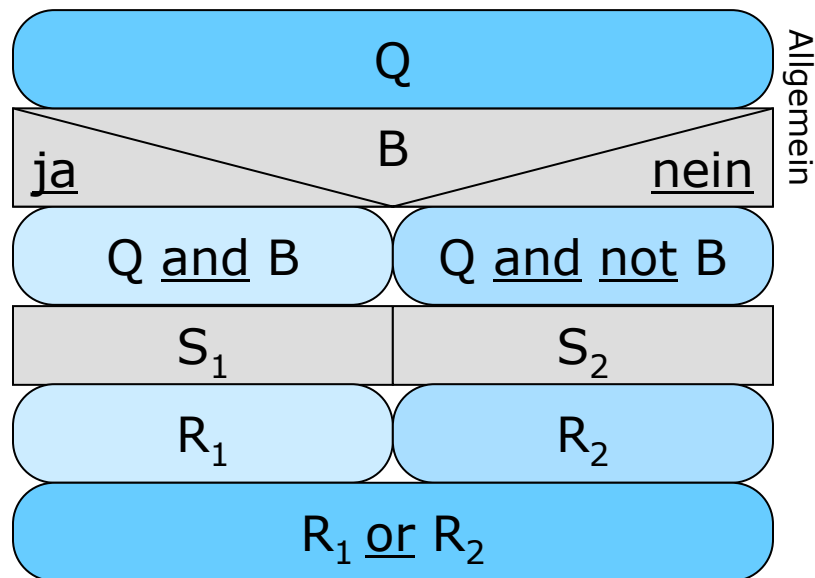
$$\frac{Q \Rightarrow Q_1, \{Q_1\} S_1 \{R_1\}, R_1 \Rightarrow Q_2, \{Q_2\} S_2 \{R_2\}, R_2 \Rightarrow R}{\{Q\} S_1 ; S_2 \{R\}}$$



## if-Regel

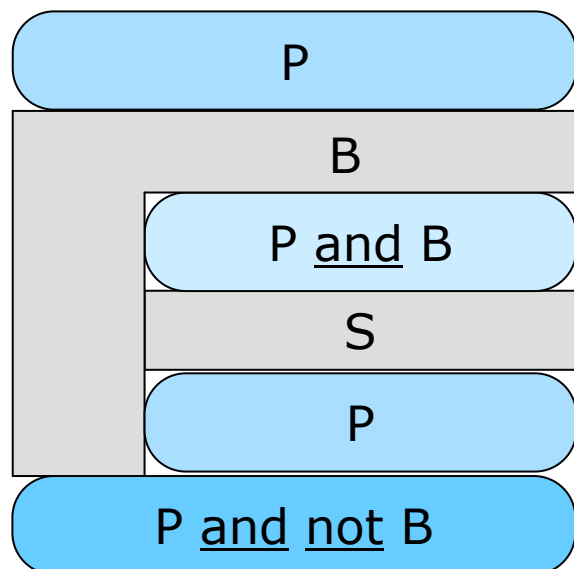
- Gibt an, unter welchen Voraussetzungen zwei Programmstücke  $S_1$  und  $S_2$  und eine Bedingung  $B$  zu einer zweiseitigen Auswahl mit der Vorbedingung  $Q$  und der Nachbedingung  $R$  zusammengesetzt werden können.

$$\frac{\{Q \text{ and } B\} S_1 \{R\}, \{Q \text{ and not } B\} S_2 \{R\}}{\{Q\} \text{if } B \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \{R\}}$$



### while-Regel

- Bei der Verifikation von Schleifen spielt eine invariante Zusicherung **P**, die **Schleifeninvariante** eine entscheidende Rolle.
- Die Invariante gilt vor der Schleife und nach dem Schleifenrumpf.



$$\frac{\{P \text{ and } B\} S \{P\}}{\{P\} \text{ while } B \text{ do } S \{P \text{ and not } B\}}$$

Diese Regel beweist nur **partiell** die Korrektheit der Schleife, denn die **Termination** wird durch P nicht garantiert.

### Zum Beweis der Termination einer Schleife

- Wiederholungsbedingung B muss irgendwann falsch sein.
- Prüfung der Termination mit Hilfe einer **Terminationsfunktion t**.
  - **Idee:** Die Terminationsfunktion

$t : \text{Programmzustände} \rightarrow \mathbf{Z}$

ist nach unten beschränkt **und** wird in jedem Schleifendurchlauf kleiner.

Formale Formulierung der Bedingungen für t:

1.  $\{ P \text{ and } B \text{ and } t = T \} S \{ P \text{ and } t < T \}$  (T ist freie Variable)
  2.  $P \text{ and } B \rightarrow t \geq 0$
- **Variation:** Kettenbedingung auf Halbordnungen
    - Beispiel: Termordnungen auf dem Term-Monoid  $T = T(x_1, \dots, x_n)$
    - es reicht die Kettenbedingung statt Beschränktheit

## Konditionierungsregel für Schleifen

Bei gegebener Invariante **P** und Terminationsfunktion **t** muss eine **while**-Schleife folgende Punkte erfüllen:

1. Die Invariante P muss während der Initialisierung der Schleife gesichert werden:
  - $\{Q\} \text{ init } \{P\}$
2. P bleibt im Schleifenrumpf S invariant, t wird bei jedem Ausführen des Schleifenrumpfes verringert.  
 $\{P \text{ and } B \text{ and } t = T\} S \{P \text{ and } t < T\}$
3. t ist vor jedem Ausführen des Schleifenrumpfes nicht negativ.  
 $P \text{ and } B \rightarrow t \geq 0$
4. Die Nachbedingung R ist eine Folge der Schleifeninvariante.  
 $P \text{ and } \text{not } B \rightarrow R$

### Vorgehensweise, falls $P$ und $t$ bekannt

1.  $\{Q\}$  init  $\{P\}$  für die Schleifeninitialisierung verifizieren.
2. Suchen einer geeigneten Wiederholungsbedingung  $B$ , so dass nach Ende der Schleife die Nachbedingung  $R$  gilt

$$P \text{ and } \underline{\text{not } B} \rightarrow R$$

3. Suche einer Terminationsfunktion  $t$ , für welche

$$P \text{ and } B \rightarrow t \geq 0$$

und

$$\{P \text{ and } B \text{ and } t = T\} S \{P \text{ and } t < T\}$$

gilt.

## Entwickeln einer Schleife durch Weglassen einer Bedingung

Gegeben sei eine Spezifikation  $\{Q\} . \{R: U \text{ and } V\}$

1. R wird aufgeteilt in  $\{R = P \text{ and } \text{not } B\}: P = U, B = \text{not } V$ 
  - Die Invariante P ergibt sich durch Weglassen einer Bedingung.
  - Die weggelassene Bedingung  $\{\text{not } V\}$  wird zur Abbruchbedingung.
2. Initialisierung der Invarianten P durch ein Programmstück
$$\{Q\} \text{ init } \{P\}$$
3. Entwicklung eines Schleifenrumpfes mit der Spezifikation
$$\{P \text{ and } B\} S \{P\}$$
4. Hinzufügen der Terminationsbedingung **t**
  - **t** ergibt sich häufig aus dem Vergleich der Initialisierung mit der Abbruchbedingung  $\{\text{not } B\}$ .

## 6. Verifizierende Verfahren

### 3. Programmverifikation

**Beispiel:**  $int\ y = isqrt(int\ x)$  mit  $y = \lfloor sqrt(x) \rfloor$

$\{Q: x \geq 0\}$  und  $\{R: y \geq 0$  and  $y^2 \leq x$  and  $x < (y+1)^2\}$

Aufteilen von R:  $\{P: y \geq 0$  and  $x \geq y^2\}$  und  $\{B: x \geq (y+1)^2\}$

Initialisierung:  $\{Q: x \geq 0\}$   $y := 0$   $\{P\}$

Schleife:  $\{P$  and  $B\}$   $y := y + 1$   $\{P\}$

$\{y \geq 0$  and  $x \geq (y+1)^2\}$   $y' = y + 1$   $\{y' \geq 0$  and  $x \geq y'^2\}$

Terminationsfunktion:  $t := x - y$

$\{P$  and  $B$  and  $t = T\}$   $y := y + 1$   $\{P$  and  $t < T\}$



Java-Implementierung:

```
int isqrt(int x) {  
    int y=0;  
    while ((y+1)*(y+1) <= x)  
        y=y+1;  
    return y;  
}
```

oder nach leichter Optimierung

```
int isqrt(int x) {  
    int y=1;  
    while (y*y <= x)  
        y=y+1;  
    return (y-1);  
}
```

## Symbolisches Testen: Überblick

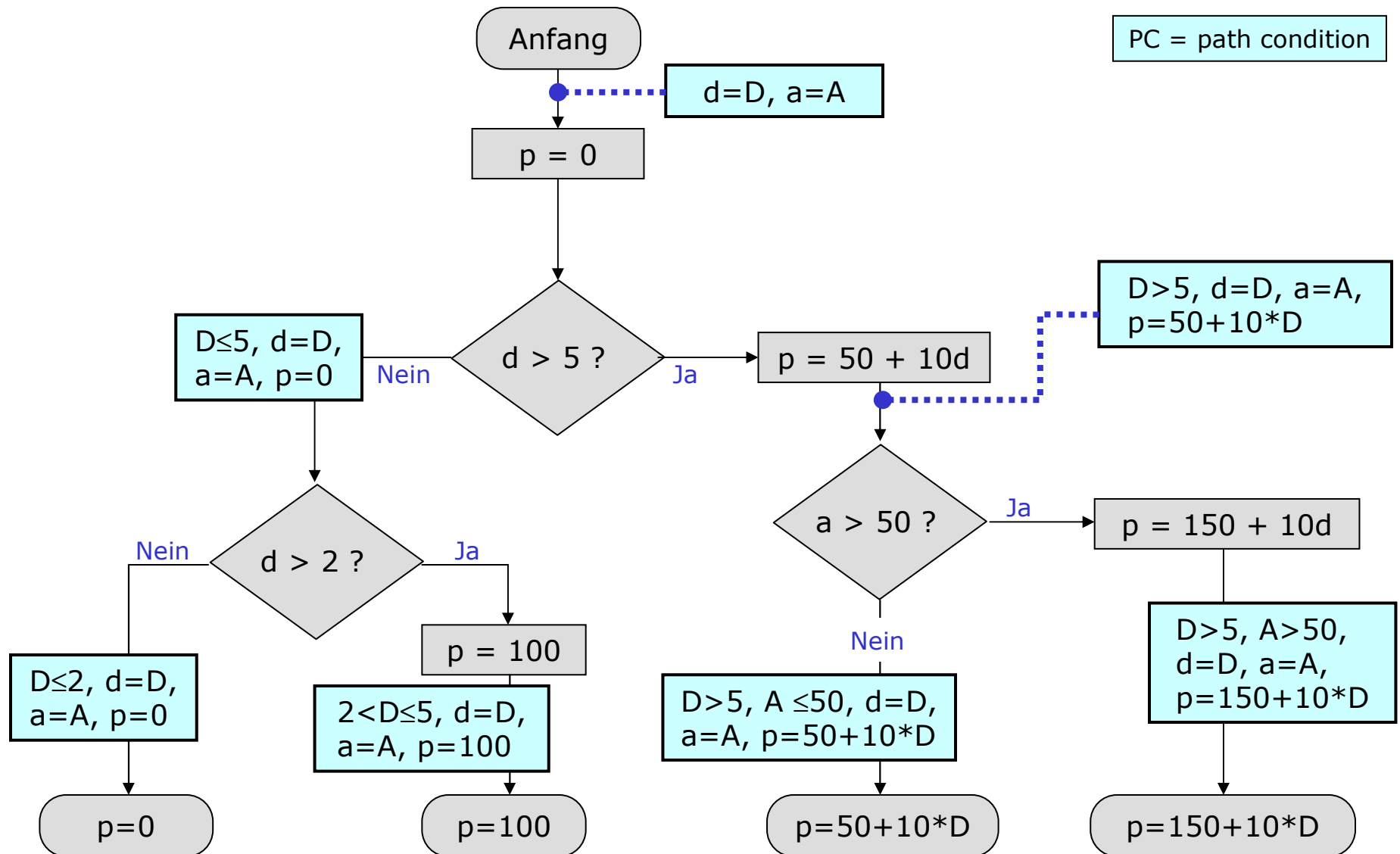
- **Idee:** Die Eingabeparameter des Programms werden mit symbolischen Variablen belegt und längs aller möglicher Kontrollflüsse alle möglichen **Zwischenergebnisse** und **Konditionen** in symbolischer Form bestimmt.
  - Methode ist besonders gut geeignet, wenn sich die an Verzweigungspunkten gültigen Kombinationen boolescher Bedingungen vereinfachen lassen und Zwischenergebnisse arithmetischer Natur sind.
- **Methode hat Beweiskraft** im mathematischen Sinn, wenn die symbolischen Parameter durch alle denkbaren konkreten Parameterwerte ersetzt werden können.
  - etwa darf das Zwischenergebnis  $y/x$  nicht ohne die Kondition  $x \neq 0$  auftreten.
- **Schleifen** lassen sich in diesem Ansatz nur bedingt abbilden.

### Beispiel

```
int berechnePraemie(int Dienstjahre, int Alter) {  
    Praemie = 0;  
    if (Dienstjahre > 5) {  
        Praemie = 50 + 10 * Dienstjahre;  
        if (Alter > 50) Praemie = Praemie + 100;  
    }  
    else if (Dienstjahre > 2) Praemie = 100;  
    return Praemie;  
}
```

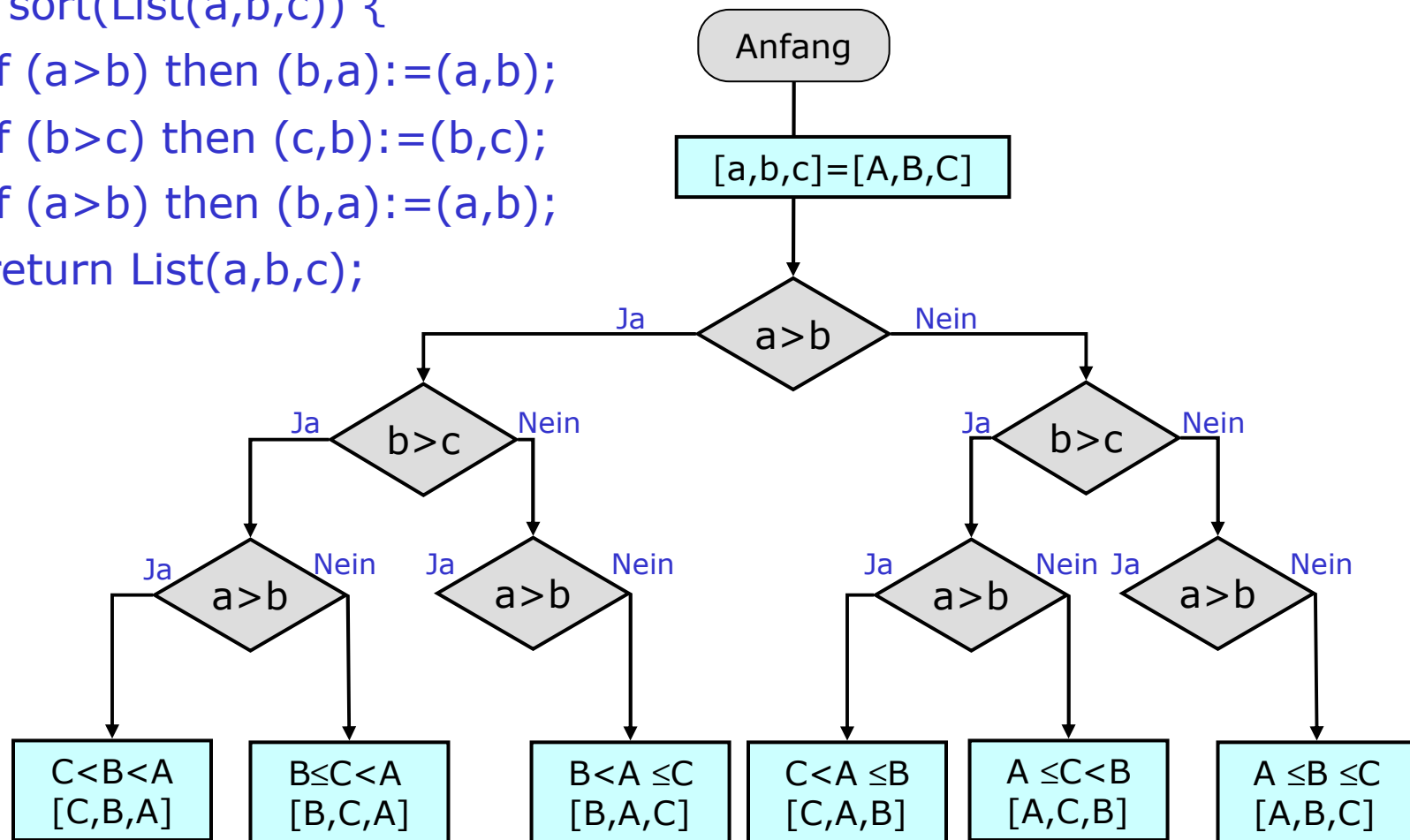
# 6. Verifizierende Verfahren

## 4. Symbolisches Testen



### Beispiel

```
List sort(List(a,b,c)) {
  if (a>b) then (b,a):=(a,b);
  if (b>c) then (c,b):=(b,c);
  if (a>b) then (b,a):=(a,b);
  return List(a,b,c);
}
```



**Ansatz:** Qualität von Systemkomponenten besteht nicht nur in deren **funktionaler Qualität** (Q.-Z. Funktionalität und Effizienz; Fokus der bisher besprochenen Qualitätssicherungs-Methoden Test und Verifikation), sondern auch in der **Qualität des Quellcodes** selbst (Q.-Z. Änderbarkeit, Übertragbarkeit sowie teilweise Benutzbarkeit).

### **Relevante Parameter:**

- sinnvolle **Granularität** der Komponenten längs **funktionaler Grenzen**.
- sinnvolle **Schnittstellengestaltung** für die Zusammenarbeit der Komponenten untereinander.

Kann in quantitativen Parametern der **Bindung** (innerhalb einer Komponente) und **Kopplung** (zwischen Komponenten) erfasst werden.

## Bindung und Kopplung

Die Bindung innerhalb einer Systemkomponente und die Kopplung der Systemkomponenten untereinander bestimmen die Struktur eines Software-Systems.

**Bindung** (*cohesion*) ist ein qualitatives Maß für die Kompaktheit einer Systemkomponente. Es werden dazu die Beziehungen zwischen den Elementen einer Systemkomponente betrachtet.

**Kopplung** (*coupling*) ist ein qualitatives Maß für die Schnittstellen zwischen den Systemkomponenten. Es werden der Kopplungsmechanismus, die Schnittstellenbreite und die Art der Kommunikation betrachtet.

## 7. Analysierende Verfahren

### 2. Bindung und Kopplung

- Je stärker die Bindungen der Systemkomponenten im Vergleich zu den Kopplungen, desto ausgeprägter ist die Struktur und Modularität eines Systems.
  - Bindung der Funktionen: Wie weit ist abgrenzbare Funktionalität an einer Stelle zusammengefasst?
  - Bindung der Daten: Wie weit ist datenmäßig zusammengehörige Funktionalität zusammengefasst?
  - Informale Bindung: Wie sind Datenabstraktionskonzepte an Datenstrukturen gebunden?
- Die Forderung nach guter Modularität wird erfüllt, wenn die Kopplungen minimiert und die Bindungen maximiert werden.
- Für **Komponenten** spielt der Bindungsgrad eine qualitätsrelevante Rolle, für **Systeme** die Ausgestaltung der Kopplung zwischen den Komponenten.