

Software- Qualitätsmanagement

Kernfach Angewandte Informatik

Sommersemester 2005

Prof. Dr. Hans-Gert Gräbe

Beispiel gcd-Berechnung mit Euklidischem Algorithmus

```
int gcd(int a, int b) {  
  /* Ass: a = A and b = B */ // Anfangsbedingung  
  while (b != 0) {  
    /* Ass: gcd(a,b) = gcd(A,B) and b ≠ 0 */  
    int r = a mod b; a :=b, b:=r;  
  }  
  /* Ass: b = 0 and a [=gcd(a,b)] = gcd(A,B) */  
  return a;  
} /* Ass: Return-Wert = gcd(A,B) */ // Endebedingung
```

Beispiel Erweiterter Euklidischer Algorithmus

```
(int g, int u, int v) ExtendedEuklid(int a, int b) {  
    /* Ass: a = A and b = B */  
    int ua:=1; int va:=0; int ub:=0; int vb:=1;  
    /* Ass: gcd(a,b) = gcd(A,B) and a = ua*A+va*B and b = ub*A+vb*B */  
    while (b != 0) {  
        /* Ass: gcd(a,b) = gcd(A,B) and b ≠ 0 and  
           a = ua*A+va*B and b = ub*A+vb*B */  
        int q = a div b;  
        int r=a-q*b; int uc:=ua-q*ub; int vc:=va-q*vb;  
        a :=b, b:=r; ua:=ub; ub:=uc; va:=vb; vb:=vc;  
    }  
    /* Ass: b = 0 and a [=gcd(a,b)] =gcd(A,B) and a = ua*A+va*B */  
    return (a,ua,va);  
} /* Ass: g = gcd(A,B) and g = u*A+v*B */
```

Verifikationsregeln

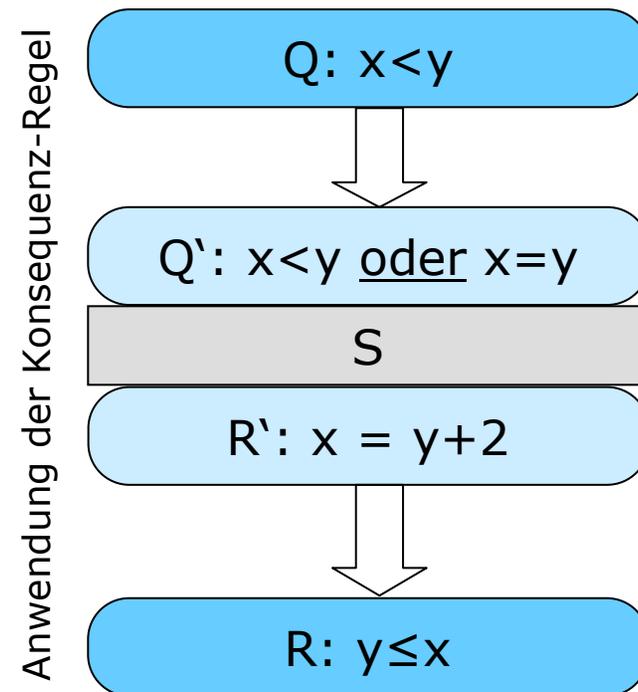
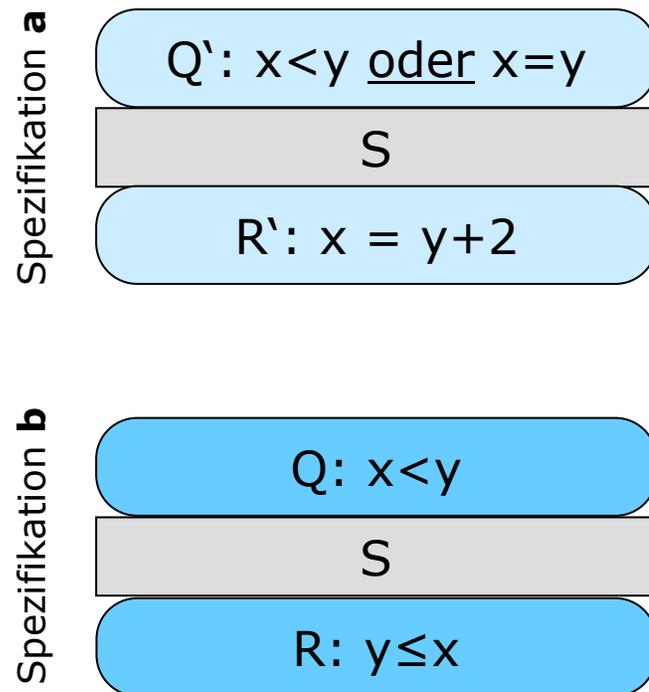
- **Voraussetzung:** Programm ist aus konditionierten Bausteinen modular zusammengesetzt
 - Korrektheit des gesamten Programms ergibt sich aus der korrekten Zusammensetzung korrekter Teilstrukturen
- **Vorgehen:** Komplexes Programm wird verifiziert durch schrittweises Zusammensetzen aus **verifizierten einfacheren Strukturen** nach wenigen einfachen **Verifikationsregeln**.
- Folgende Verifikationsregeln existieren:
 - Konsequenz-Regel,
 - Zuweisungs-Regel,
 - Sequenz-Regel,
 - **if**-Regel und
 - **while**-Regel

Konsequenz-Regel

Gilt $\{Q'\} S \{R'\}$ und

- Q' wird durch Q ersetzt, wobei Q schärfer ist als Q' .
- R' wird durch R ersetzt, wobei R schwächer ist als R' .

so gilt auch $\{Q\} S \{R\}$.



- Geht man vorwärts durch ein Programm, so kann man Bedingungen abschwächen:
 - Hinzufügen eines Terms mit **oder**-Verknüpfung
 - Weglassen eines **und**-verknüpften Terms
 - Schwächere Bedingung
- Bei rückwärtiger Abarbeitung eines Programms, dürfen Bedingungen verschärft werden:
 - Hinzufügen eines Terms mit **und**-Verknüpfung
 - Weglassen eines **oder**-verknüpften Terms
 - Schärfere Bedingung
- Notation von Verifikationsregeln als Schlussregel:

Voraussetzungen
Schlussfolgerung

$$\frac{Q \Rightarrow Q', \{Q'\} S \{R'\}, R' \Rightarrow R}{\{Q\} S \{R\}}$$

Zuweisungs-Regel

- Die Zuweisung $x:=A$ verändert den Wert von x
 - Beispiel: $\{ y+z = 25 \} x:=y+z \{ x = 25 \}$
- Allgemeine Struktur: $\{ R(A) \} x:=A \{ R(x) \}$
 - so zu verstehen: Hat man einen logischen Ausdruck $R=R(x)$ mit der freien Variablen x und bildet $Q::=R(A)$ durch Ersetzen dieser Variablen mit dem Ausdruck A , so ist die Aussage

$$\{ Q \} x:=A \{ R \}$$

wahr.

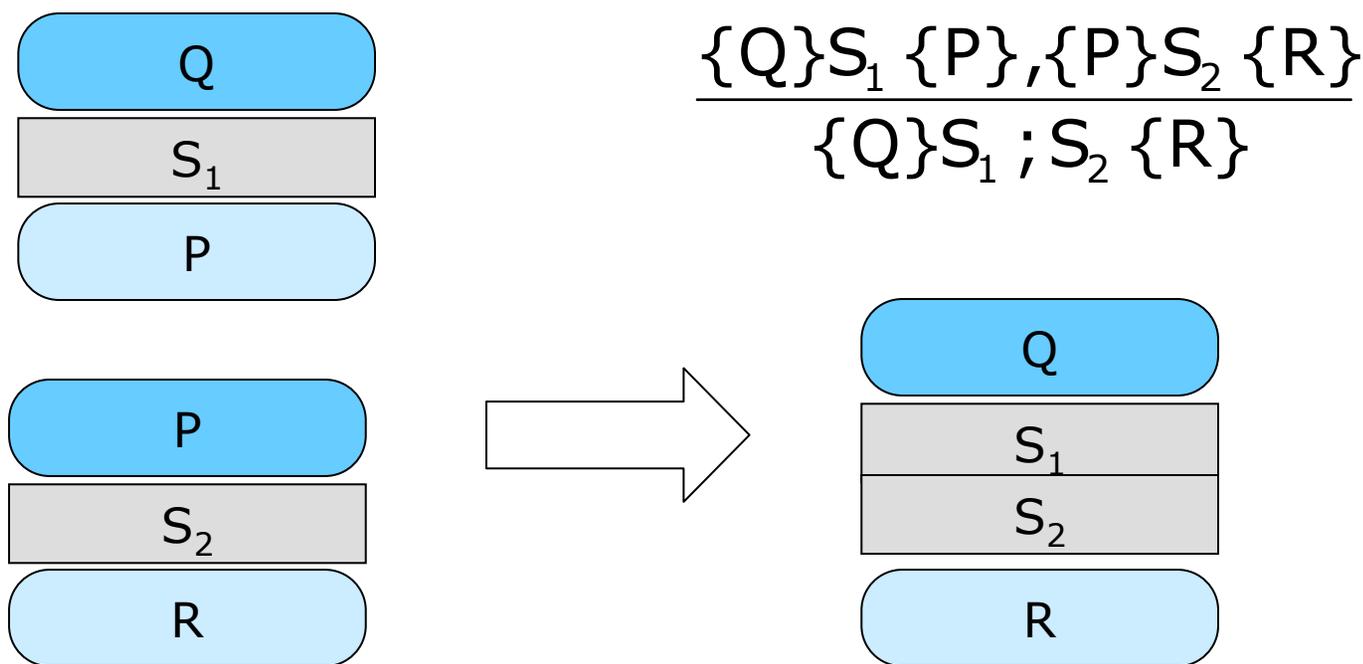
- Regel wird eingesetzt beim Rückwärtsarbeiten, um aus einer Nach- eine Vorbedingung abzuleiten:

$$\begin{aligned} \text{Bsp.: } \{ Q? \} x := x+25 \{ x = 2y \} \\ \{ R(A) \} x' = x+25 \{ R(x') ::= x' = 2y \} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \text{Vorbedingung } \{ Q ::= 2y = x + 25 \}$$

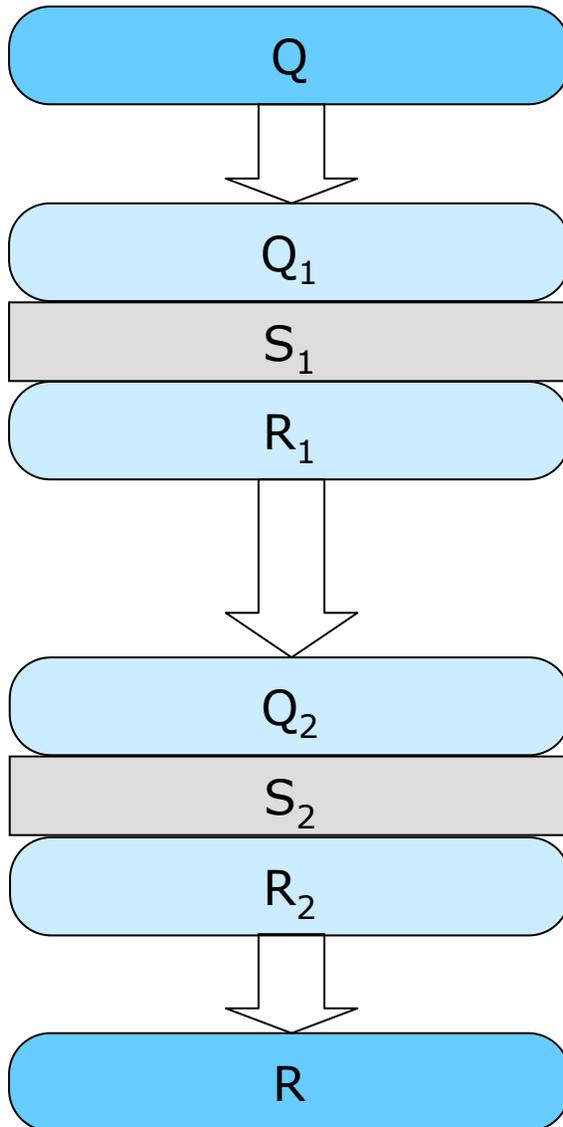
Sequenz-Regel

- Zwei Programmteile S_1 und S_2 können zusammengesetzt werden, wenn die Nachbedingung von S_1 gleich der Vorbedingung von S_2 ist.



6. Verifizierende Verfahren

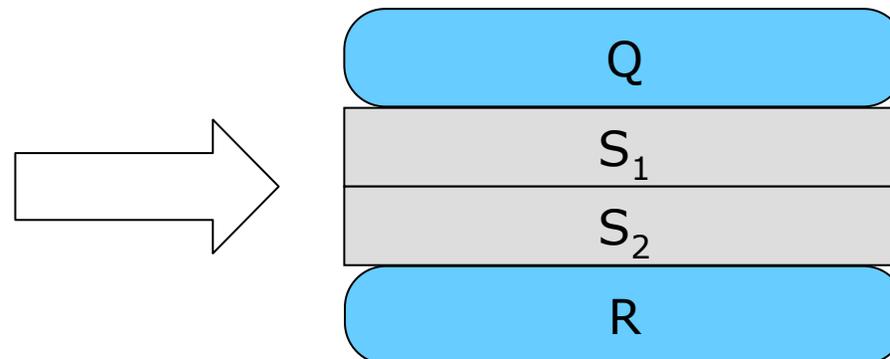
3. Programmverifikation



Die Sequenz-Regel kann mit Hilfe der Konsequenz-Regel noch verallgemeinert werden:

Es genügt, wenn die Nachbedingung von S_1 „schärfer“ ist als die Vorbedingung von S_2 , um S_1 und S_2 zu einem Programmstück zusammzusetzen.

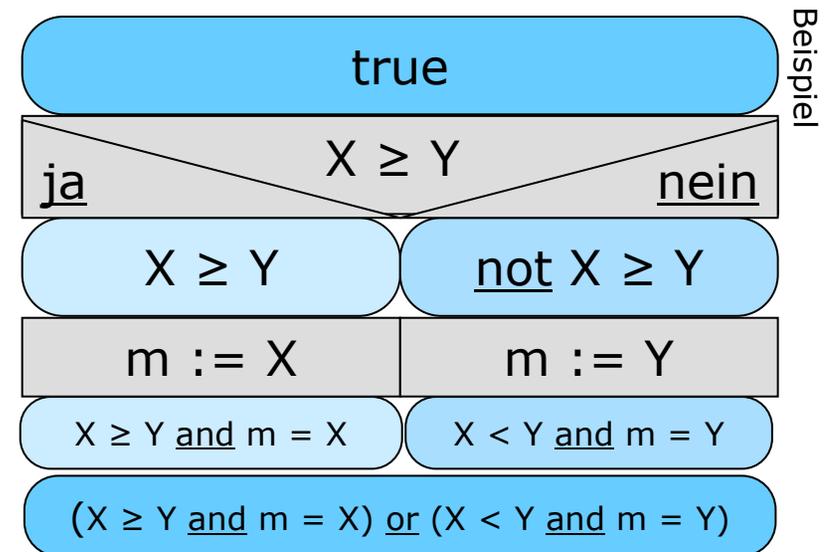
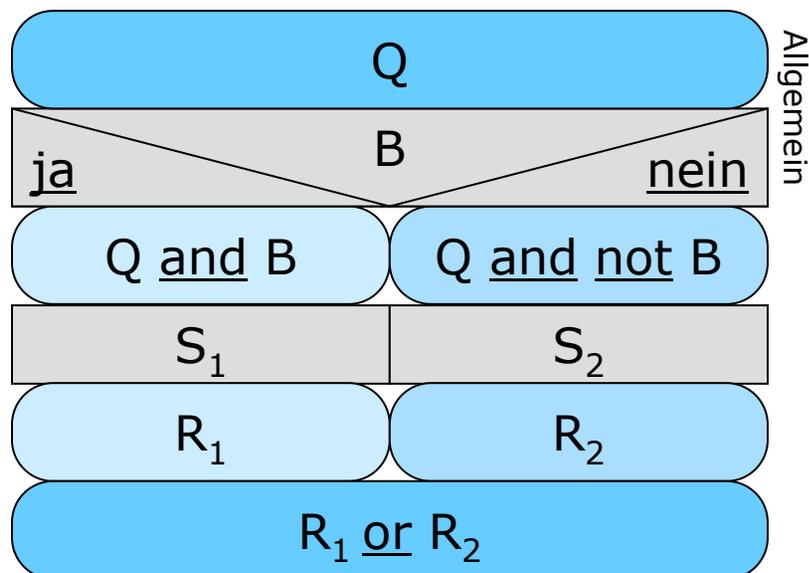
$$\frac{Q \Rightarrow Q_1, \{Q_1\} S_1 \{R_1\}, R_1 \Rightarrow Q_2, \{Q_2\} S_2 \{R_2\}, R_2 \Rightarrow R}{\{Q\} S_1 ; S_2 \{R\}}$$



if-Regel

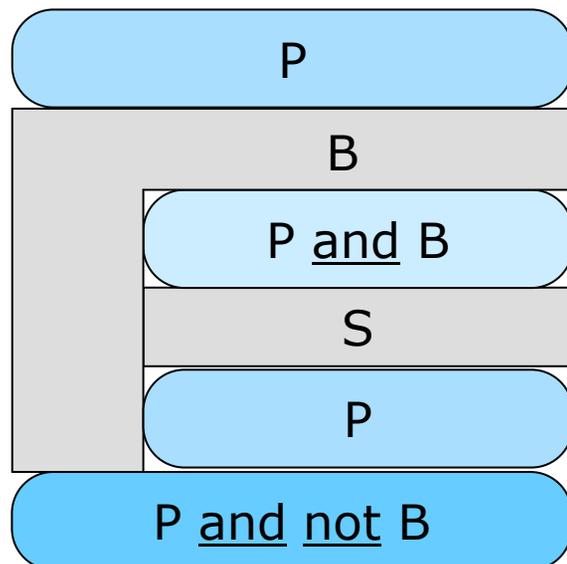
- Gibt an, unter welchen Voraussetzungen zwei Programmstücke S_1 und S_2 und eine Bedingung B zu einer zweiseitigen Auswahl mit der Vorbedingung Q und der Nachbedingung R zusammengesetzt werden können.

$$\frac{\{Q \text{ and } B\} S_1 \{R\}, \{Q \text{ and not } B\} S_2 \{R\}}{\{Q\} \text{if } B \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \{R\}}$$



while-Regel

- Bei der Verifikation von Schleifen spielt eine invariante Zusicherung **P**, die **Schleifeninvariante** eine entscheidende Rolle.
- Die Invariante gilt vor der Schleife und nach dem Schleifenrumpf.



$$\frac{\{P \text{ and } B\} S \{P\}}{\{P\} \text{ while } B \text{ do } S \{P \text{ and not } B\}}$$

Diese Regel beweist nur **partiell** die Korrektheit der Schleife, denn die **Termination** wird durch **P** nicht garantiert.

Zum Beweis der Termination einer Schleife

- Wiederholungsbedingung B muss irgendwann falsch sein.
- Prüfung der Termination mit Hilfe einer **Terminationsfunktion t**.
 - **Idee:** Die Terminationsfunktion

$t : \text{Programzustände} \rightarrow \mathbf{Z}$

ist nach unten beschränkt **und** wird in jedem Schleifendurchlauf kleiner.

Formale Formulierung der Bedingungen für t:

1. $\{ P \text{ and } B \text{ and } t = T \} S \{ P \text{ and } t < T \}$ (T ist freie Variable)
 2. $P \text{ and } B \rightarrow t \geq 0$
- **Variation:** Kettenbedingung auf Halbordnungen
 - Beispiel: Termordnungen auf dem Term-Monoid $T = T(x_1, \dots, x_n)$
 - es reicht die Kettenbedingung statt Beschränktheit

Konditionierungsregel für Schleifen

Bei gegebener Invariante **P** und Terminationsfunktion **t** muss eine **while**-Schleife folgende Punkte erfüllen:

1. Die Invariante P muss während der Initialisierung der Schleife gesichert werden:
 - $\{Q\} \text{ init } \{P\}$
2. P bleibt im Schleifenrumpf S invariant, t wird bei jedem Ausführen des Schleifenrumpfes verringert.
 $\{P \text{ and } B \text{ and } t = T\} S \{P \text{ and } t < T\}$
3. t ist vor jedem Ausführen des Schleifenrumpfes nicht negativ.
 $P \text{ and } B \rightarrow t \geq 0$
4. Die Nachbedingung R ist eine Folge der Schleifeninvariante.
 $P \text{ and } \text{not } B \rightarrow R$

Vorgehensweise, falls P und t bekannt

1. $\{Q\}$ init $\{P\}$ für die Schleifeninitialisierung verifizieren.
2. Suchen einer geeigneten Wiederholungsbedingung B , so dass nach Ende der Schleife die Nachbedingung R gilt

$$P \text{ and } \underline{\text{not } B} \rightarrow R$$

3. Suche einer Terminationsfunktion t , für welche

$$P \text{ and } B \rightarrow t \geq 0$$

und

$$\{P \text{ and } B \text{ and } t = T\} S \{P \text{ and } t < T\}$$

gilt.

Entwickeln einer Schleife durch Weglassen einer Bedingung

Gegeben sei eine Spezifikation $\{Q\} . \{R: U \text{ and } V\}$

1. R wird aufgeteilt in $\{R = P \text{ and } \text{not } B\}: P = U, B = \text{not } V$
 - Die Invariante P ergibt sich durch Weglassen einer Bedingung.
 - Die weggelassene Bedingung $\{\text{not } V\}$ wird zur Abbruchbedingung.
2. Initialisierung der Invarianten P durch ein Programmstück
$$\{Q\} \text{ init } \{P\}$$
3. Entwicklung eines Schleifenrumpfes mit der Spezifikation
$$\{P \text{ and } B\} S \{P\}$$
4. Hinzufügen der Terminationsbedingung **t**
 - **t** ergibt sich häufig aus dem Vergleich der Initialisierung mit der Abbruchbedingung $\{\text{not } B\}$.

6. Verifizierende Verfahren

3. Programmverifikation

Beispiel: $int\ y = isqrt(int\ x)$ mit $y = \lfloor sqrt(x) \rfloor$

$\{Q: x \geq 0\}$ und $\{R: y \geq 0$ and $y^2 \leq x$ and $x < (y+1)^2\}$

Aufteilen von R: $\{P: y \geq 0$ and $x \geq y^2\}$ und $\{B: x \geq (y+1)^2\}$

Initialisierung: $\{Q: x \geq 0\}$ $y := 0$ $\{P\}$

Schleife: $\{P$ and $B\}$ $y := y + 1$ $\{P\}$

$\{y \geq 0$ and $x \geq (y+1)^2\}$ $y' = y + 1$ $\{y' \geq 0$ and $x \geq y'^2\}$

Terminationsfunktion: $t := x - y$

$\{P$ and B and $t = T\}$ $y := y + 1$ $\{P$ and $t < T\}$

6. Verifizierende Verfahren

3. Programmverifikation

Java-Implementierung:

```
int isqrt(int x) {  
    int y=0;  
    while ((y+1)*(y+1) <= x)  
        y=y+1;  
    return y;  
}
```

oder nach leichter Optimierung

```
int isqrt(int x) {  
    int y=1;  
    while (y*y <= x)  
        y=y+1;  
    return (y-1);  
}
```

Symbolisches Testen: Überblick

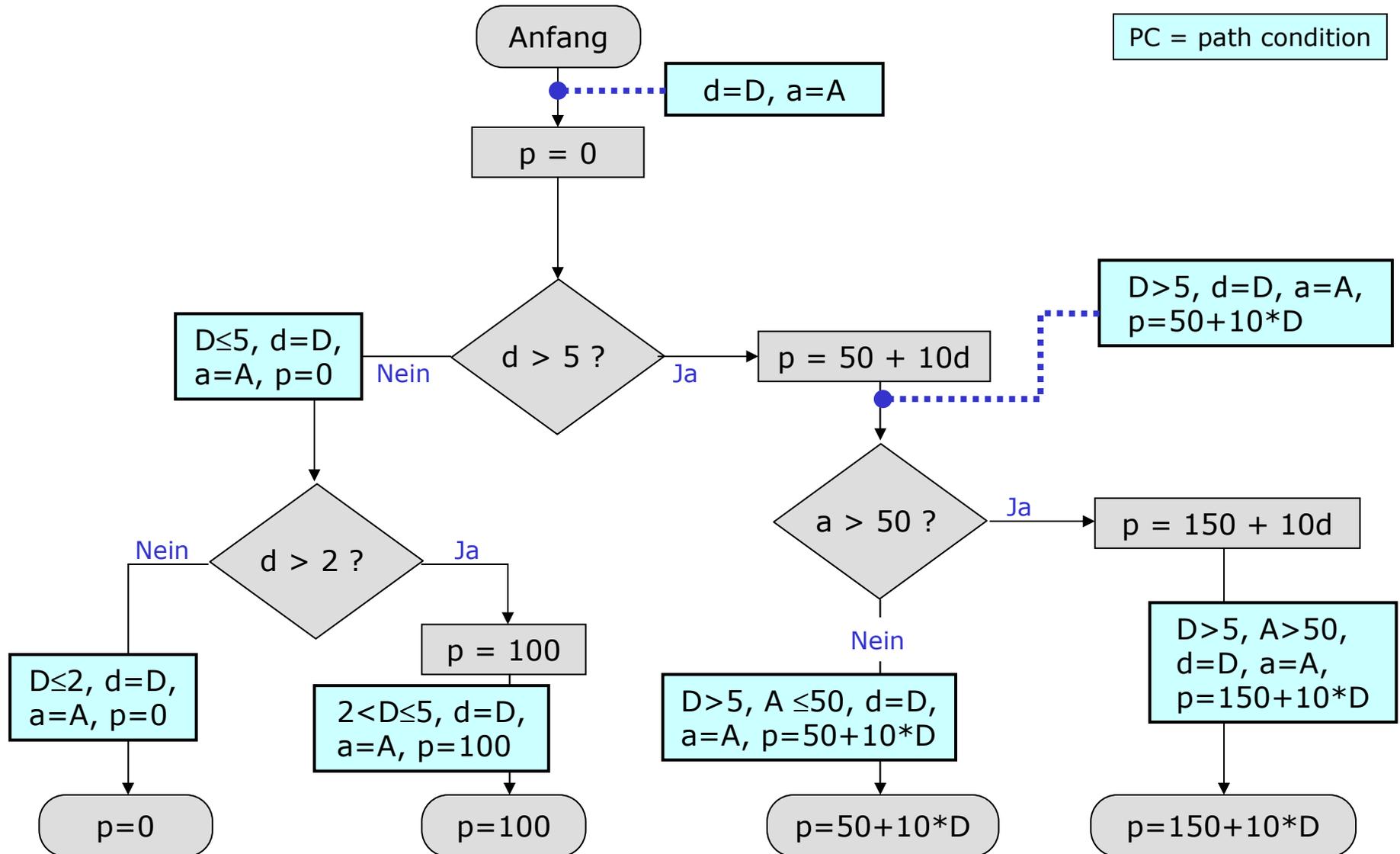
- **Idee:** Die Eingabeparameter des Programms werden mit symbolischen Variablen belegt und längs aller möglicher Kontrollflüsse alle möglichen **Zwischenergebnisse** und **Konditionen** in symbolischer Form bestimmt.
 - Methode ist besonders gut geeignet, wenn sich die an Verzweigungspunkten gültigen Kombinationen boolescher Bedingungen vereinfachen lassen und Zwischenergebnisse arithmetischer Natur sind.
- **Methode hat Beweiskraft** im mathematischen Sinn, wenn die symbolischen Parameter durch alle denkbaren konkreten Parameterwerte ersetzt werden können.
 - etwa darf das Zwischenergebnis y/x nicht ohne die Kondition $x \neq 0$ auftreten.
- **Schleifen** lassen sich in diesem Ansatz nur bedingt abbilden.

Beispiel

```
int berechnePraemie(int Dienstjahre, int Alter) {  
    Praemie = 0;  
    if (Dienstjahre > 5) {  
        Praemie = 50 + 10 * Dienstjahre;  
        if (Alter > 50) Praemie = Praemie + 100;  
    }  
    else if (Dienstjahre > 2) Praemie = 100;  
    return Praemie;  
}
```

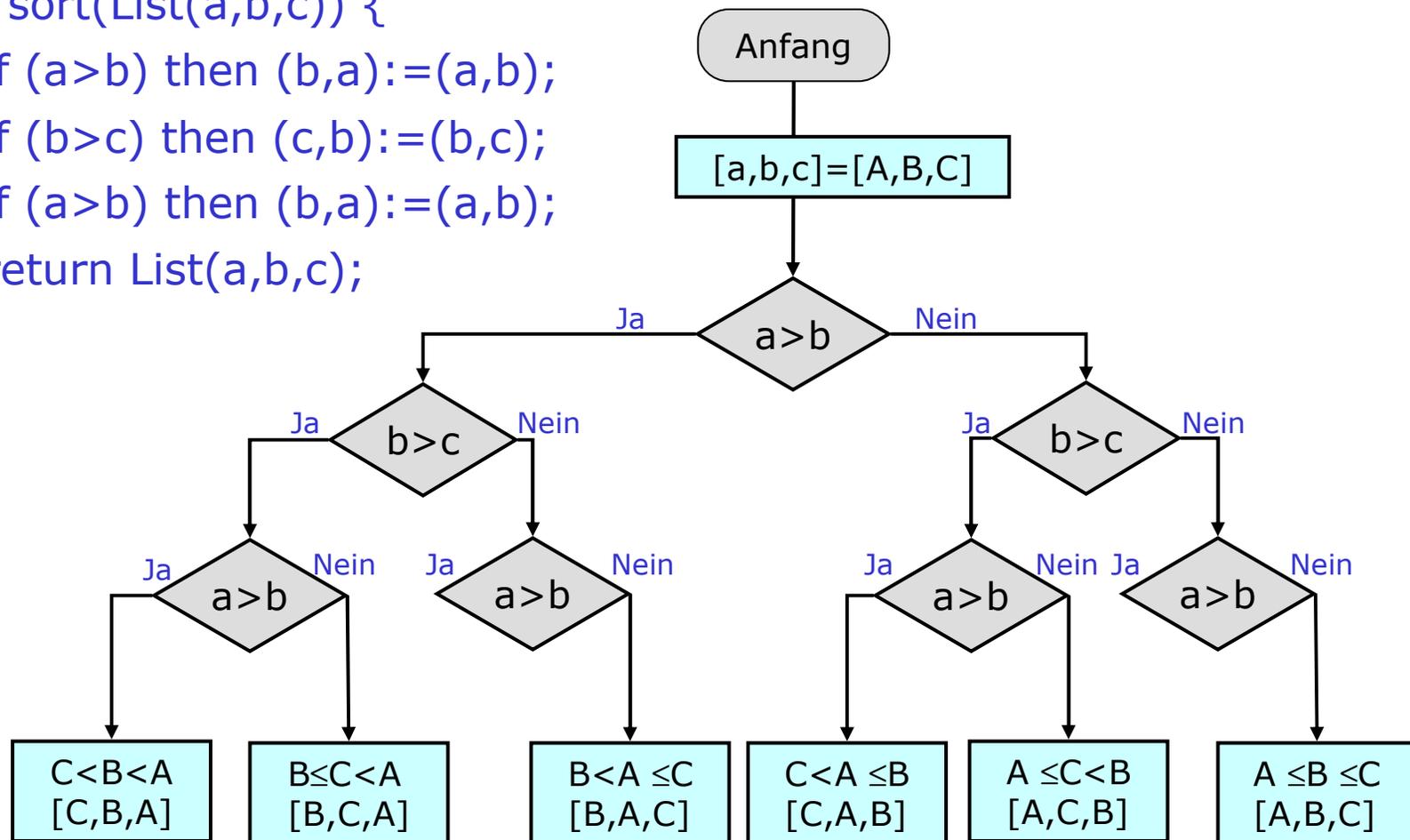
6. Verifizierende Verfahren

4. Symbolisches Testen



Beispiel

```
List sort(List(a,b,c)) {
  if (a>b) then (b,a):=(a,b);
  if (b>c) then (c,b):=(b,c);
  if (a>b) then (b,a):=(a,b);
  return List(a,b,c);
}
```



7. Analysierende Verfahren

1. Einführung

Ansatz: Qualität von Systemkomponenten besteht nicht nur in deren **funktionaler Qualität** (Q.-Z. Funktionalität und Effizienz; Fokus der bisher besprochenen Qualitätssicherungs-Methoden Test und Verifikation), sondern auch in der **Qualität des Quellcodes** selbst (Q.-Z. Änderbarkeit, Übertragbarkeit sowie teilweise Benutzbarkeit).

Relevante Parameter:

- sinnvolle **Granularität** der Komponenten längs **funktionaler Grenzen**.
- sinnvolle **Schnittstellengestaltung** für die Zusammenarbeit der Komponenten untereinander.

Kann in quantitativen Parametern der **Bindung** (innerhalb einer Komponente) und **Kopplung** (zwischen Komponenten) erfasst werden.

Bindung und Kopplung

Die Bindung innerhalb einer Systemkomponente und die Kopplung der Systemkomponenten untereinander bestimmen die Struktur eines Software-Systems.

Bindung (*cohesion*) ist ein qualitatives Maß für die Kompaktheit einer Systemkomponente. Es werden dazu die Beziehungen zwischen den Elementen einer Systemkomponente betrachtet.

Kopplung (*coupling*) ist ein qualitatives Maß für die Schnittstellen zwischen den Systemkomponenten. Es werden der Kopplungsmechanismus, die Schnittstellenbreite und die Art der Kommunikation betrachtet.

7. Analysierende Verfahren

2. Bindung und Kopplung

- Je stärker die Bindungen der Systemkomponenten im Vergleich zu den Kopplungen, desto ausgeprägter ist die Struktur und Modularität eines Systems.
 - Bindung der Funktionen: Wie weit ist abgrenzbare Funktionalität an einer Stelle zusammengefasst?
 - Bindung der Daten: Wie weit ist datenmäßig zusammengehörige Funktionalität zusammengefasst?
 - Informale Bindung: Wie sind Datenabstraktionskonzepte an Datenstrukturen gebunden?
- Die Forderung nach guter Modularität wird erfüllt, wenn die Kopplungen minimiert und die Bindungen maximiert werden.
- Für **Komponenten** spielt der Bindungsgrad eine qualitätsrelevante Rolle, für **Systeme** die Ausgestaltung der Kopplung zwischen den Komponenten.